Corrigé

1. Pour tout réel x, on a $\mathrm{e}^x > 0$, et en particulier $\mathrm{e}^x \neq 0$. Le domaine de définition de f est donc $\mathbb{R}$. Et pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{1 \times \mathrm{e}^x - x \times \mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x)^2} = \dfrac{(1-x)\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^{2x}} = \dfrac{1-x}{\mathrm{e}^x}$.

2. On a $\mathrm{e}^x - 1 = 0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$. Le domaine de définition est donc $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Et pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x \times (\mathrm{e}^x - 1) - (\mathrm{e}^x + 1) \times \mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x - 1)^2} = \dfrac{-2\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x - 1)^2}$.

3. Le domaine de définition de la fonction est $\mathbb{R}$. Et pour tout x réel, $f'(x) = \mathrm{e}^x$.

4. Le domaine de définition de la cette fonction est $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. Et pour tout $t \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $f'(t) = \dfrac{\mathrm{e}^t \times (t-1) - (\mathrm{e}^t + 1) \times 1}{(t-1)^2} = \dfrac{t\mathrm{e}^t - 2\mathrm{e}^t - 1}{(t-1)^2}$.